Erfassung: BookAccess, 4040 Linz

Dieses Buch wurde erfasst von: Elke Ahrer

Erfassungsdatum: Mai 2019

---

j-1

Dorfmayr \* Mistlbacher \* Sator

thema mathematik

4

4. Klasse

Ed. Hölzel

Veritas

Gemeinsam besser lernen

j-2

# !!Zeichenerklärungen

|G| ... Diese Aufgabe könnt ihr in einer Gruppenarbeit lösen.

|T| ... Zum Lösen dieser Aufgabe ist ein Taschenrechner oder ein Computer hilfreich.

|E| ... Erweiterungsstoff

|H1, K1, ...| ... In Thema Mathematik findest du bei jeder Aufgabennummer eine Information, welche Kompetenz du bei der Lösung dieser Aufgabe am meisten benötigst, und zwar den Handlungsbereich (H1, H2, H3, H4 -unter der Nummer) und die Komplexitätsstufe (K1, K2, K3)

---

!! ... Eine Überschrift der Ebene 1-4 ist mit zwei Rufzeichen am Anfang der Zeile angekündigt.

+++ ... Drei Pluszeichen kennzeichnet die Nummerierung eines Beispiels.

{{ ... }} ... Dieser Text kommt in der Vorlage nicht vor. Er ersetzt oder ergänzt den Originaltext.

||...|| ... Im Originaltext besonders gekennzeichnete längere Textstellen stehen unter doppelten senkrechten Strichen und sind durch drei Bindestriche vom nächsten Absatz getrennt. Der Text soll dort eingefügt werden, w \*er am sinnvollsten ist.

|...| ... Im Originaltext besonders gekennzeichnete einzelne Wörter oder Teile eines Wortes stehen zwischen einfachen senkrechte Strichen.

**[]** ... In eckige fett formatierte Klammern soll etwas eingesetzt werden.

**[[ ... ]]** ... Unter doppelten eckigen fett formatierten Klammern steht eine Lösung als Beispiel.

### ... Drei Rautezeichen kennzeichnen einen Eintrag, der schon zur Lösung eines Beispiels verwendet worden ist.

' ... Das Apostroph weist auf elementare mathematische Funktionen und mathematische Konstanten hin. Es muss zum richtigen Lesen/Schreiben jede Art der Automatikkorrektur ausgeschaltet sein.

ZI ... Zusatzinformationen (auch Fußnoten - diese stehen am Anfang des Abschnitts, auf den sie sich beziehen)

---

So arbeitest du mit deinem neuen Mathematikbuch:

Der Lehrstoff und dazu passende Übungsaufgaben sind immer auf Doppelseiten angeordnet.

Ziel ... Zu jedem neuen Abschnitt ist ein Ziel angegeben. -> Das sollst du später können oder wissen!

Musterbeispiel ... wird hinter der Beispielnummer angegeben. In vielen Musterbeispielen findest du typische Aufgabenstellungen mit vollständigem Lösungsweg.

Info ... Wichtige Informationen sind in gelben Kästchen deutlich hervorgehoben

Übersichtlich - auf jeder Doppelseite findest du zum neuen Lehrstoff passende Übungsaufgaben!

Vermischte Aufgaben mit unterschiedlichen Komplexitätsstufen stehen als Abschluss des Kapitels zum Üben und Wiederholen zur Verfügung.

Sprache der Mathematik: Die Mathematik hat eine Fachsprache, die man lernen muss - diese Seiten helfen dir dabei!

Wissen im Brennpunkt - Teste dein Wissen!

Überprüfe mit diesen Aufgaben und mit dem

20 Minuten Check,

ob du die wichtigsten Ziele erreicht hast!

Die Lösungen dazu findest du im Anhang.

Jetzt E-Book zum Schulbuch aktivieren.

Im E-Book findest du

-) Erklärvideos zu vielen Musterbeispielen

-) Plus Interaktive Online Übungen

Aktuelle Infos zur Aktivierung unter: www.scook.at/materialien

j-3

Anita Dorfmayr . August Mistlbacher . Katharina Sator

thema mathematik 4

Unter Mitarbeit von:

Alfred Nussbaumer, Heidemarie Schuster, Edeltraud Schwaiger

® Ed. Hölzel

Veritas

Gemeinsam besser lernen

j-4

Mit Bescheid des Bundesministeriums für Bildung vom 7. August 2017, BMB-5.050/0061-IT/3/2016 gemäß den derzeit geltenden Lehrplänen als für den Unterrichtsgebrauch an allgemein bildenden höheren Schulen -Unterstufe sowie an Neuen Mittelschulen für die 4. Klasse im Unterrichtsgegenstand Mathematik auch bezüglich Kompetenzorientierung und Bildungsstandards geeignet erklärt.

Schulbuchnummer: 185.070 und 185.907 (Buch +E-Book)

Dieses Werk wurde auf Grundlage eines zielorientierten Lehrplans verfasst. Konkretisierung, Gewichtung und Umsetzung der Inhalte erfolgen durch die Lehrerinnen und Lehrer.

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

du bekommst dieses Schulbuch von der Republik Österreich für deine Ausbildung.

Bücher helfen nicht nur beim Lernen, sondern sind auch Freunde fürs Leben.

Dieses Werk ist für den Schul-und Unterrichtsgebrauch bestimmt.

Es darf gemäß § 42 (6) des Urheberrechtsgesetzes auch für den eigenen Unterrichtsgebrauch nicht vervielfältigt werden.

© VERITAS-Verlag, Linz und Ed. Hölzel Verlag, Wien

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

1. Auflage 2018

Gedruckt in Österreich auf umweltfreundlich hergestelltem Papier

Lektorat: Veronika Weidenholzer

Herstellung: Elisabeth Prinz

Umschlaggestaltung: Irene Demelmair

Layout: Julia Dresch, Irene Demelmair

Illustrationen: A. Slama, Hausbrunn

Satz und Konstruktionen: Doku-Consult KG, Wien

Bildredaktion: Alexandra Rittberger

Umschlagfoto: Fotolia.com/Grischa Georgiew

Umschlagillustration: Irene Demelmair

Schulbuchvergütung/Bildrechte: © Bildrecht/Wien

Alle Ausschnitte mit Zustimmung der Bildrecht/Wien

Der Verlag hat sich bemüht, alle Rechtsinhaber ausfindig zu machen. Sollten trotzdem Urheberrechte verletzt worden sein, wird der Verlag nach Anmeldung berechtigter Ansprüche diese entgelten.

ISBN 978-3-7101-0438-1

ISBN 978-3-7101-2522-5 (Buch +E-Book)

E-Book Thema Mathematik 4 steht auch als E-Book zur Verfügung.

Es ermöglicht die digitale Nutzung der Buchinhalte sowie weiterer Funktionen.

j-5

Mathematik ist viel mehr als Rechnen

In den sogenannten Bildungsstandards wird beschrieben, welche Fähigkeiten und welches Wissen du im Mathematikunterricht erwerben und was du auch langfristig können sollst. Deine Lehrerin/dein Lehrer spricht hier von Kompetenzen, die du erwerben sollst.Kompetenzmode für Mathematik hat drei Dimensioen (Richtungen) und sieht so aus:

{{Grafik: nicht dargestellt}}

In Thema Mathematik findest du bei jeder Aufgabennummer eine Information, welche Kompetenz du bei der Lösung dieser Aufgabe am meisten benötigst, und zwar den Handlungsbereich (H1, H2, H3, H4 -unter der Nummer) und die Komplexitätsstufe (K1, K2, K3 =Farben weiß, hellblau oder dunkelblau).

###### Inhaltsbereich -Worum geht es?

Der Inhaltsbereich ist meistens aufgrund der Kapitelzuordnung klar.

Er entspricht auch weitgehend der Einteilung der Inhalte im Lehrplan:

-) I1 Zahlen und Maße

-) I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten

-) I3 Geometrische Figuren und Körper

-) I4 Statistische Daten und Kenngrößen

###### Handlungsbereiche - Was ist zu tun?

-) H1 Darstellen, Modellbilden: etw9s mit einer Skizze verdeutlichen; Etwas in einer Tabelle übersichtlich beitragen; mögliche Vereinfachungen entdecken; Text in eine Formel "übersetzen",...

-) H2 Rechnen, Operieren: Rechenoperationen durchführen; geometrische Konstruktionen ausführen; Rechen-und Konstruktionsschritte zum Lösen einer Aufgabe planen und ausführen,...

-) H3 Interpretieren: mathematische Zusammenhänge erkennen; mathematische Darstellungen deuten; entscheiden, ob eine Aussage richtig ist, ...

-) H4 Argimentieren, Begründen: Rechenwege beschreiben; erklären, ob/warum eine Formel (Regel,...) richtig oder falsch ist; dabei Fachwörter (die "Sprache der Mathematik") verwenden, ...

###### Komplexitätsstufen -Komplexer heißt nicht immer schwieriger!

-) K1: Grundkenntnisse, Grundkompetenzen anwenden

-) K2: mehrere Grundkenntnisse bzw. Grundkompetenzen anwenden und verbinden

-) K3: Reflektieren, das heißt z. B. über Zusammenhänge nachdenken, überlegen, warum ein Lösungsweg zum Ziel führt, Vor-und Nachteile von Vorgangsweisen erkennen, ...

j-6

{{Inhaltsverzeichnis im Schwarzdruck}}

j-7

{{Inhaltsverzeichnis im Schwarzdruck}}

j-8

{{leere Seite}}

j-9

# !!1. Reelle Zahlen

eine "Zahlenlupe" vergrößert jeden Abschnitt der Zahlengeraden auf das 10-Fache.

Die folgenden Bilder zeigen dir:

Der Abschnitt zwischen 0 und 1 sieht durch diese Lupe wie eine 10-fach vergrößerte Zahlengerade aus. Betrachte auf dieser neuen Zahlengeraden den Abschnitt zwischen 0 und 0,1 unter der Lupe, usw.

{{Grafik: Lupe zwischen 0 und 1}}

3 Zahlen unter der Lupe **[]**

{{Grafik: Lupe zwischen 0 und 0,1}}

3 Zahlen unter der Lupe **[]**

{{Grafik: Lupe zwischen 0 und 0,01}}

3 Zahlen unter der Lupe **[]**

{{Grafik: Lupe zwischen 0 und 0,001}}

3 Zahlen unter der Lupe **[]**

{{Grafik: Lupe zwischen 0 und 0,0001}}

3 Zahlen unter der Lupe **[]**

(1) Beschrifte die letzte Zahlengerade.

{{Grafik: nicht dargestellt}}

-----

(2) Schreibe rechts neben jede Zahlengerade drei Zahlen, die unter der Lupe zu sehen sind. Zeichne diese drei Zahlen in der nächsten, vergrößerten Zahlengeraden ein.

**[]**

-----

(3) Die folgenden Zahlen haben unendlich viele Nachkommastellen:

0,333333333...

0,044444444...

0,123456789...

0,062222222...

0,3030030003...

0,001456456...

4,565656565...

0,0051234567...

Zeichne diese Zahlen auf einer jeweils passenden Zahlengeraden möglichst genau ein. Verwende rot für periodische Zahlen und blau für nicht periodische Zahlen.

**[]**

-----

j-10 - 1. Reelle Zahlen

## !!1.1 Von 'N über 'Z bis 'Q

||{{Ziel:}} Erweiterung der Zahlbereiche von N über T bis Q darstellen und erklären\||

---

Du kennst bereits verschiedene Arten von Zahlen und weißt, wozu sie verwendet werden:

-) Die natürlichen Zahlen 0, 1, 2, ... sind zum Zählen da.

z. B. 26 Buchstaben, 5 Finger

-) Negative Zahlen beschreiben Werte, die kleiner als null sind. z. B. -3 °C, Kontostand -250 €

-) Mit Bruchzahlen können wir Teile eines Ganzen beschreiben. z. B. 3/4 l Wasser, 1/2 Pizza

+++1.) {{Musterbeispiel}} |H1, K1|

Gib jeweils zwei Rechnungen mit natürlichen Zahlen an, deren Ergebnis

(1) eine natürliche Zahl ist,

(2) keine natürliche Zahl, aber eine ganze Zahl ist.

---

Ausführung:

Es gibt viele Möglichkeiten, zum Beispiel:

(1) 2 +3 =5 'el 'N

6 -2 =4 'el 'N

(2) 2 -3 =-1 \'el 'N

3 -5 =-2 \'el 'N

-----

Beispiel 1 zeigt dir: Mit natürlichen Zahlen alleine können wir nicht alle Subtraktionen ausführen. Daher erweitern wir die Menge der natürlichen Zahlen, indem wir alle Ergebnisse von Subtraktionen natürlicher Zahlen zu 'N dazugeben. So entsteht die Menge der ganzen Zahlen, und darin sind alle Subtraktionen lösbar.

{{Grafik: Zahlenstrahl; nicht dargestellt}}

||{{Info:}} Erweiterung der Zahlbereiche von 'N über 'Z bis 'Q

'N ={0, 1, 2, 3, ...}

Menge der natürlichen Zahlen

'Z ={..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Menge der ganzen Zahlen

'Q ={z/n | z 'el 'Z, n 'el 'N\*}

Menge der rationalen Zahlen (Bruchzahlen)\||

---

---

Bemerkungen:

(i) Die Menge der ganzen Zahlen erweitern wir zur Menge der rationalen Zahlen ähnlich wie 'N zu 'Z. Wir geben alle Ergebnisse von Divisionen ganzer Zahlen zu 'Z dazu. So entsteht die Menge der rationalen Zahlen, und darin sind alle Divisionen lösbar (siehe Aufgabe 4).

(ii) Die Zahlengeraden im Merksatz und die Abbildung rechts veranschaulichen folgende Zusammenhänge:

{{Grafik: nicht dargestellt}}

'N -> 'Z: Es kommen Zahlen dazu. Daher:

Jede natürliche Zahl ist auch eine ganze Zahl.

'Z -> 'Q: Es kommen Zahlen dazu. Daher:

Jede ganze Zahl ist auch eine rationale Zahl.

+++2.) {{Musterbeispiel}} |H4, K2|

Die Menge 'Z der ganzen Zahlen ist eine Teilmenge der Menge 'Q der rationalen Zahlen.

Begründe diese Aussage. Verwende dazu ausschließlich die Darstellung der ganzen und rationalen Zahlen. Gib auch drei passende Zahlenbeispiele an.

---

Ausführung:

Überlege zuerst genau, was die Aussage bedeutet. Begründe sie dann allgemein.

Die Aussage bedeutet, dass jede ganze Zahl auch zur Menge Q der rationalen Zahlen gehört.

Zahlenbeispiele: 2 =4/2; -1 =-(3/3); 5 = 5/1

Allgemeine Begründung: Wir können jede ganze Zahl z als Bruch schreiben, z. B. so: z = 1/1. Daher ist jede ganze Zahl z auch eine Bruchzahl und die Menge 'Z ist eine Teilmenge von 'Q.

j-11 - 1.1 Von 'N über 'Z bis 'Q

+++3.) |H4, K1|

Kreuze jeweils alle Zahlbereiche an, in denen die gegebene Zahl liegt.

a)

-2: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

0: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

2: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

0,2: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

1/2: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

---

b)

-1,5: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

15: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

1/5: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

-(1/5): **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

0,15: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

---

c)

2/6: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

6/2: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

-62: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

2,6: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

26: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

-----

+++4.) |H1, K1|

Gib jeweils drei Rechnungen mit ganzen Zahlen an, deren Ergebnis (1) eine ganze Zahl ist, (2) keine ganze Zahl, aber eine rationale Zahl ist.

**[]**

**-----**

+++5.) |H1, K1|

Trage die gegebenen Zahlen jeweils an der richtigen Stelle im Diagramm ein.

{{Grafik: Nicht dargestellt}}

{{Kreuze jeweils alle Zahlbereiche an, in denen die gegebene Zahl liegt.}}

a)

-3: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

5: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

1/2: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

1: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

3/10: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

---

b)

-(2,5): **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

-6: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

10/2: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

5: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

0: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

-(3/9): **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

---

c)

2/2: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

-4: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

10: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

0,1: **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

-(7/8): **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

-(9/3): **[]** 'N; **[]** 'Z**; []** 'Q

---

++++++6.) |H1, K2|

Gib jeweils drei Gleichungen an, deren Lösung

(1) eine ganze Zahl ist, (2) keine ganze Zahl, aber eine rationale Zahl ist.

**[]**

-----

+++7.) |H1, K2|

Trage die Lösung jeder Gleichung jeweils an der richtigen Stelle im Diagramm ein.

{{Grafik: nicht dargestellt}}

{{Gib an, in welche Zahlenbereiche die Lösung fällt.}}

a)

3 \*x +5 =10

9 -4 \*a =6

2 \*b +10 =-4

**[]**

---

b)

3 \*a -8 =7

4 -5 \*b =19

10 \*c -5 =-2

**[]**

---

c)

5 \*x -7 =-3

2 \*z +4 =18

y: 4 -3 =-6

**[]**

-----

+++8.) |H3, K1|

Entscheide, ob die Aussagen richtig oder falsch sind, und kreuze an!

**[]** richtig **[]** falsch

---

Jede natürliche Zahl ist eine ganze Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Jede rationale Zahl ist eine ganze Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Jede natürliche Zahl ist eine rationale Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Jede ganze Zahl ist eine rationale Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Es gibt ganze Zahlen, die auch natürliche Zahlen sind.

**[]** richtig **[]** falsch

-----

+++9.) |H4, K2|

Die Menge der natürlichen Zahlen 'N ist eine Teilmenge der Menge der rationalen Zahlen 'Q.

Begründe diese Aussage wie in Beispiel 2: Verwende ausschließlich die Darstellung der natürlichen und rationalen Zahlen. Gib auch drei passende Zahlenbeispiele an.

-----

Weitere Aufgaben findest du in Thema Mathematik 4. Übungen auf Seite 7-8.

j-12 1. Reelle Zahlen

## !!1.2 Von 'Q bis 'R

||{{Ziel:}} Erweiterung der Zahlbereiche von 'Q bis 'R darstellen und erklären\||

---

Jeder Bruch stellt eine Division dar: Zähler/Nenner = Zähler /Nenner

Du kannst jede Bruchzahl als Dezimalzahl anschreiben, indem du die entsprechende Division ausführst.

Dabei erhältst du eine endliche oder eine periodische Dezimalzahl.

Beispiele:

3/4 = 0,75

-4 3/10= -4,3

1/9 =0,111... =0,1^.

6 1/30 =6,0333... = 6,03^.

14/99 =0,141414... =0,(14)^-

Die Menge 'Q der rationalen Zahlen können wir daher auch so festlegen:

||{{Info:}} Die Menge Q der rationalen Zahlen besteht aus

-) allen endlichen Dezimalzahlen und z. B.: -5; 1; 0,85; 13,215

-) allen periodischen Dezimalzahlen. z. B.: -9,1^.; -2,45^.; 1,5(32)^-\||

---

Hinweis: Die Menge der rationalen Zahlen heißt 'Q, weil sie aus allen Quotienten ganzer Zahlen besteht.

+++10.) {{Musterbeispiel}} |H4, K1|

Die unendlich vielen Nachkommastellen der Zahlen

a) -3,543213213...

b) 0,1010010001...

entstehen durch ein regelmäßiges Muster. entscheide, ob die Zahl rational ist und begründe deine Antwort.

---

Ausführung:

Schreibe weitere Nachkommastellen auf und überprüfe so, ob die Zahl periodisch ist.

a) -3,54321321321...

Die Zahl ist periodisch und daher rational: - -3,54(321)^- 'el 'Q

---

b) 0,101001000100001000001...

Zwischen zwei Einsen steht immer eine Null mehr. Daher ist die Zahl nicht periodisch und nicht rational: 0,1010010001... ?'el 'Q

-----

Beispiel 10 zeigt dir, dass es noch mehr Zahlen gibt als die rationalen Zahlen.

||{{Info}} Eine Zahl, die keine rationale Zahl ist, nennen wir eine irrationale Zahl. Wir können sie nicht als Quotient ganzer Zahlen anschreiben.

Die Menge 'I der irrationalen Zahlen besteht aus allen Dezimalzahlen mit unendlich vielen Nachkommastellen, die nicht periodisch sind.\||

---

##### Löcher auf der Zahlengeraden

Stell dir vor, wir zeichnen auf der Zahlengeraden (theoretisch) alle rationalen Zahlen ein. Die Zahl 0,1010010001... \'el 'Q aus Beispiel 10 haben wir dann noch nicht eingezeichnet - genauso wie unendlich viele andere irrationale Zahlen. Manche dieser Zahlen entstehen beim Wurzelziehen (siehe Abschnitt 1.3), andere haben sogar eigene Namen (z. B. 'pi oder 'e).

Auch wenn die Zahlengerade mit allen rationalen Zahlen schon sehr voll ist, so hat sie daher immer noch (unsichtbare) Löcher.

Daher erweitern wir die Menge der rationalen Zahlen, indem wir alle diese Löcher auf der Zahlengerade stopfen.

So entsteht die Menge der reellen Zahlen.

{{Info:}} Die Menge R der reellen Zahlen setzt sich zusammen aus

-) der Menge 'Q der rationalen Zahlen und

-) der Menge 'I der irrationalen Zahlen.

||ZI: Wir können auch sagen: eine reelle Zahl ist entweder eine rationale oder eine irrationale Zahl.\||

---

Die reellen Zahlen füllen die Zahlengerade vollständig aus.

{{Grafik: Strukturbaum: reell geteilt in rational und irrational; rational geteilt in endlich und periodisch}}

j-13 - 1.2 Von 'Q bis 'R

+++11.) |H1, K1|

Schreibe die gegebenen Zahlen als Brüche an und zeige so, dass es sich um rationale Zahlen handelt.

a)

3,5 **[]**

0,71 **[]**

1,05 **[]**

---

b)

2,871 **[]**

3,76 **[]**

2,0701 **[]**

---

c)

2,03 **[]**

---

7,891 **[]**

---

6,003 **[]**

-----

d)

2,3^- **[]**

1,1^- **[]**

0,81- **[]**

---

e)

12,5^- **[]**

4,1^- **[]**

6,4^- **[]**

---

f)

2,(65)^- **[]**

4,(37)^- **[]**

8,(02=^- **[]**

-----

+++12.) |G, H3, H4, K2|

Überprüft anhand der Zahlen in der Tabelle, ob das Quadrat einer rationalen Zahl z wieder eine rationale Zahl ist. Stellt eine Vermutung auf und begründet diese allgemein.

{{Tabelle ist aufgelöst}}

Zahl z: 2

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: 1,5

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: 1/2

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: 0

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: -4

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: -(7/10)

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: -2,3

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: 0,6^-

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: 0,03

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: -0,1

Quadrat z^2: **[]**

---

Zahl z: 13

Quadrat z^2: **[]**

-----

+++13.) |G, H4, K1|

Die Länge der Diagonale eines Quadrates mit der Seitenlänge 1 beträgt w'(2).

(1) Berechne diese Zahl und schreibe sie mit den ersten 9 Nachkommastellen an.

(2) Begründe, dass 'w(2) vermutlich irrational ist.

**[]**

-----

+++14.) |H4, K3|

Im Bild rechts siehst du, wie die Zahl 'pi mit einer Taschenrechner-App am Smartphone angezeigt wird. Entscheide, ob die folgende Argumentation korrekt ist und begründe deine Antwort.

{{Grafik: 3.14159265359}}

Die Zahl 'pi ist rational, weil sie eine endliche Dezimalzahl ist. Es gilt: 'pi = 314159265359/100000000000

**[]**

-----

+++15.) |G, H2, K3|

Die folgenden Rechnungen zeigen, wie die periodischen Dezimalzahlen 1,24^- und 3,52(61)^- als Bruchzahlen angeschrieben werden können. Erklärt diese Rechentricks in kurzen Sätzen!

(1) x =1,24^- | \*10

10 \*x =12,4^- | \*10

100 \*x 124,4^-

90 \*x = 112

x =112/90 =56/45

**[]**

---

(2) x =3,52(61)^- | \*100

100 \*x =352,(61)^- | \*100

10000 \*x = 35261,(61)^-

9900 \*x =34909

x =34909/9900

**[]**

-----

+++16.) |H1, K2|

Fortsetzung von 15: Schreibe folgende Dezimalzahlen als Bruchzahlen an.

a) 2,1(3)^- **[]**

4,4(5)^- **[]**

---

b)

7,8(2)^- **[]**

0,41(6)^- **[]**

---

c)

8,2(63)^- **[]**

10,02(45)^- **[]**

---

d)

2,0(41)^- **[]**

7,34(460)^- **[]**

-----

+++17.) | H4, K1|

Entscheide jeweils, ob die Aussage stimmt. Begründe auch deine Entscheidung!

a)

Jede Zahl, die sich als Bruch darstellen lässt, ist eine rationale Zahl.

**[]**

---

b)

Lässt sich eine Zahl nicht als Bruch darstellen, so ist sie sicherlich keine rationale Zahl.

**[]**

---

c)

Jede Dezimalzahl ist eine reelle Zahl.

**[]**

-----

+++18.) |H4, K1|

Kreuze jeweils alle Zahlbereiche an, in denen die gegebene Zahl liegt!

a)

3,5151... **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

-4,0 **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

0,01234... **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

---

b)

12,0505... **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

3,8181... **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

-4,123... **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

---

c)

-2,56566... **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

-3,101001... **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

-4,5959596 **[]** 'Q; **[]** 'I; **[]** 'R

-----

19.) |H4, K1|

Gib jeweils fünf passende Beispiele an!

a)

rationale Zahlen

**[]**

---

b)

periodische Dezimalzahlen

**[]**

---

c)

irrationale Zahlen

**[]**

---

d)

reelle Zahlen

**[]**

-----

+++20.) |G, H3, K2|

Die Abbildung rechts veranschaulicht den Zusammenhang H3 zwischen den Zahlbereichen 'N, 'Z, 'Q, 'I und 'R.

{{Grafik: nicht dargestellt}}

Lest möglichst viele Informationen aus dieser Abbildung heraus und fasst sie in einigen Sätzen zusammen.

**[]**

-----

Weitere Aufgaben findest du in Thema Mathematik 4. Übungen auf Seite 9-10.

j-14 - 1. Reelle Zahlen

## !!1.3 Wurzeln

||{{Ziel:}} Wurzeln berechnen und Anwendungsaufgaben durch Wurzelziehen lösen\||

---

+++21.) {{Musterbeispiel}} |H2, K1|

Ein Quadrat hat den Flächeninhalt A =10 cm^2. Berechne die Länge der Seite a auf Millimeter genau.

---

Ausführung:

Schreibe zuerst die Formel für den Flächeninhalt an.

A =a^2

10 =a^2 | 'w

3,16... =a

Ergebnis: Die Seite des Quadrats ist ca. 3,2 cm lang.

-----

In Beispiel 21 haben wir eine Gleichung durch Wurzelziehen gelöst. Beachte: Das Wurzelziehen ist hier nur deshalb eine korrekte Äquivalenzumformung, weil die Länge der Seite a nicht negativ ist.

||{{Info:}} Zusammenhang zwischen Potenzieren und Wurzelziehen Das Wurzelziehen ist die Umkehroperation zum Potenzieren einer Zahl z >=0.

Je nachdem wie groß der Exponent n 'el 'N\* ist, unterscheiden wir:

n =2 --> 'w(r) ist die (Quadrat-)Wurzel aus r >=0.

n =3 --> 'w[3](r) ist die 3. Wurzel oder Kubikwurzel aus r >=0.

n =4 --> 'w[4](r) ist die 4. Wurzel aus r >=0.

Allgemein: 'w[n](r) ist die n-te Wurzel aus r >=0.

mit r .... Radikand und n ... Wurzelexponent\||

---

Bemerkungen:

(i) Höhere Wurzeln ziehst du mit deinem Taschenrechner mit der Taste 'w[x](y) oder 'w[x]().

(ii) Beachte, dass wir Wurzeln nur aus nicht negativen reellen Zahlen ziehen können. Auch die Wurzel selbst ist sicher keine negative Zahl 'w[n](r) >=0 mit r >=0

||ZI: Eine Quadratzahl ist das Quadrat einer natürlichen Zahl.\||

---

(iii) Man kann beweisen: Die Quadratwurzel 'w(r) ist nur dann eine rationale Zahl, wenn r eine Quadratzahl1 ist oder wenn wir r als Quotient von Quadratzahlen anschreiben können.

+++22.) {{Musterbeispiel}} |H2, K2|

Ein quadratischer Quader hat das Volumen V =1,2 dm^3. Seine Höhe ist nur halb so lang wie eine Kante s der Grundfläche.

Berechne die Länge s der Grundkante auf Millimeter genau.

---

Ausführung:

Schreibe zuerst die Formel für das Volumen an.

V =G \*h

1,2 =s^2 \*s/2 | \*2

2,4 =s^3 | 'w[3]()

1,339 ... =s

Ergebnis: Die Seite der Grundfläche ist ca. 1,34 dm lang.

-----

||{{Info:}} Partielles (teilweises) Wurzelziehen

1. Schritt: Schreibe den Radikanden so als Produkt an, dass du aus mindestens einem Faktor f exakt die Wurzel ziehen kannst. 2. Schritt: Ziehe die Wurzel aus diesem Faktor f. Schreibe das Ergebnis als Faktor vor die Wurzel.

Beispiel:

'w(75) =

'w(25 \*3) =

'w(25) \*'w(3) =

5 \*'w(3) =\||

---

Hinweis: Wir verwenden beim partiellen Wurzelziehen folgende Rechenregel: 'w[n](a \*b) ='w[n](a) \*'w[n](b)

+++23.) {{Musterbeispiel}} |H2, K1|

Vereinfache durch partielles Wurzelziehen: 'w(1440)

---

Ausführung:

'w(1440) ='w(144 \*10) ='w(12^2 \*10) ='w(12 ^2) \*'w(19) =12 \*'w(10)

------

j-15 -.3 Wurzeln

+++24.) |H2, K1|

Berechne ohne Taschenrechner!

a)

3^2 =**[]**

'w(9) =**[]**

---

b)

4^2 =**[]**

'w(16) =**[]**

---

c)

5^2 =**[]**

'w(25) =**[]**

---

d)

8^2 =**[]**

'w(81) =**[]**

---

e)

3^3 =**[]**

'w[3](27) =**[]**

---

f)

2^3 =**[]**

'w[3](8) =**[]**

-----

+++25.)|H2, K1|

Berechne mit dem Taschenrechner! Runde, wenn nötig, auf zwei Nachkommastellen!

a)

'w(3) =**[]**

'w(2,4) =**[]**

'w(98) =**[]**

'w(0,65) =**[]**

---

b)

'w[3](35) =**[]**

'w[3](1,76) =**[]**

'w[3](8,64) =**[]**

'w[3](342) =**[]**

---

c)

'w[4](71) =**[]**

'w[4](92) =**[]**

'w[4](981) =**[]**

'w[4](93,8) =**[]**

-----

+++26.) |H4, K2|

Kreuze alle Wurzelausdrücke an, die man in der Menge 'R der reellen Zahlen sinnvoll berechnen kann!

**[]** 'W(0,03)

**[]** 'W(-4)

**[]** -'W(81)

**[]** 'W(9/10)

**[]** 'W(0)

**[]** 'W[3](6,2)

**[]** 'W(9)

**[]** 'W[3](3/0)

**[]** 'W[3](64)

**[]** 'W(-1)

**[]** 'W(5001)

-----

+++27.) |H2, K1|

Berechne die Seitenlänge des Quadrates mit gegebenen Flächeninhalt A auf Millimeter genau.

a)

A =65 cm^2

**[]**

---

b)

A =12,9 cm^2

**[]**

---

c)

A =8,91 dm^2

**[]**

---

d)

A =132 dm^2

-----

+++28.) |H2, K2|

Ein quadratischer Quader hat das Volumen V und die Höhe h. Berechne die Länge der Grundkante s auf Millimeter genau.

a)

V =23 cm^3, h =2 \*s

**[]**

---

b)

V =562 cm^3, h =s/2

**[]**

---

c)

V =12 dm^3, h =3 \*s

**[]**

-----

+++29.) |H4, K2|

Entscheide jeweils ohne Taschenrechner, ob die Quadratwurzel eine rationale Zahl ist, und kreuze an}!

a)

'w(4) [] rational [] nicht rational

'w(26) [] rational [] nicht rational

'w(9/49) [] rational [] nicht rational

---

b)

'w(0,1) [] rational [] nicht rational

'w(0,144) [] rational [] nicht rational

'w(17/100) [] rational [] nicht rational

-----

+++30.) |G, H4, K3|

Sammelt in einer Gruppe Argumente, warum es keine Quadratwurzel aus einer negativen Zahl gibt. Wählt euer bestes Argument aus und präsentiert es in der Klasse.

Hinterfragt die Argumente der anderen Gruppen kritisch. Fragt genau nach, wenn etwas unklar ist!

**[]**

-----

+++31.) |G, H3, K1|

Überprüft mithilfe des Taschenrechners, ob folgende Aussage für jede reelle Zahl x >=0 gilt: Die Wurzel aus einer Zahl ist immer kleiner als die Zahl: 'w(x) <x

**[]**

-----

+++32.) |G, H3, K2|

Überprüft mithilfe des Taschenrechners, ob folgende Regeln für alle reellen Zahlen a, b >=0 gelten.

{{Setze = oder \= in die Eingabemarke}}

a)

'w(a +b) **[]**'w(A) +'w(b)

---

b)

'w(a -b) **[]**'w(A) -'w(b)

---

c)

'w(a \*b) **[]**'w(A) \*'w(b)

---

d)

'w(a/b) **[]**'w(a) /'w(b)

-----

+++33.) |H2, K1|

Berechne die Wurzel oder ziehe partiell die Wurzel. Verwende dazu keinen Taschenrechner, sondern zer-H2 lege den Radikanden gegebenenfalls geschickt in Faktoren.

a)

'w(4900)

**[]**

---

b)

'w(8100)

**[]**

---

c)

'w(100)

**[]**

---

d)

'w(225)

**[]**

---

e)

'w(1/4)

**[]**

---

f)

'w(16/25)

**[]**

---

g)

'w(81/121)

**[]**

---

h)

'w(100/25)

**[]**

-----

+++34.) |H2, K1|

Vereinfache durch partielles Wurzelziehen:

a)

'w(12)

**[]**

---

b)

'w(24)

**[]**

---

c)

'w(45)

**[]**

d)

'w(32)

**[]**

---

e)

'w(28)

**[]**

---

f)

'w(63)

**[]**

---

g)

'w(117)

**[]**

---

h)

'w(275)

**[]**

-----

+++35.) |H4, K3|

Ida und Yasmin sollen partiell die Wurzel ziehen.

Ida rechnet so:

'w(20) ='w(4 \*5) ='w(4) \*'w(5) =2 \*'w(5) =4,47

Yasmin rechnet so:

'w(20) ='w(16 +4) ='w(16) +'w(4) =4 +2 =6

Wer von den beiden hat richtig gerechnet? Begründe deine Entscheidung!

**[]**

-----

Weitere Aufgaben findest du in Thema Mathematik 4. Übungen auf Seite 11-13.

j-16 - 1. Reelle Zahlen

##### Quadratwurzeln einschranken

||{{Ziel:}} Näherungswerte für Quadratwurzeln angeben\||

---

Eine irrationale Zahl können wir als Dezimalzahl niemals ganz genau angeben, denn dazu müssten wir unendlich viele Nachkommastellen anschreiben. Meistens reicht ein Näherungswert mit einer bestimmten Genauigkeit. Für irrationale Wurzeln liefert der Taschenrechner einen sehr genauen Näherungswert.

Hier lernst du zwei Methoden kennen, wie du eine Wurzel (theoretisch) im Kopf berechnen kannst.

||{{Info:}} Wurzelziehen durch Intervallschachtelung

||ZI: Ein Intervall ist anschaulich ein zusammenhängender Abschnitt der Zahlengeraden, z. B. alle reellen Zahlen von 3 bis 5.\||

---

1. Schritt: ermittle eine ganze Zahl, die kleiner als 'w(r) ist. Das ist die 1. untere Schranke u\_1.

--> u\_1 <'w(r)

2. Schritt: ermittle eine ganze Zahl, die größer als 'w(r) ist. Das ist die 1. obere Schranke o\_1.

--> u\_1 < 'w(r) < o\_1

Wiederhole die beiden Schritte für Zahlen mit 1 Nachkommastelle, 2 Nachkommastellen usw.

So erhältst du schrittweise immer bessere Näherungswerte für 'w(r).\||

---

+++36.) {{Musterbeispiel}} |H1 ,H2, K3|

Berechne 'w(20) näherungsweise ohne Verwendung der Wurzeltaste auf dem Taschenrechner auf Zehntel genau. Verwende die Methode der Intervallschachtelung. Veranschauliche 'w(20) und die Näherungswerte dabei als Seitenlängen von Quadraten.

---

Ausführung:

Das Quadrat mit Seitenlänge 'w(20) hat den Flächeninhalt A =20. es ist etwas größer als das Quadrat mit Seitenlänge 4 und etwas kleiner als das Quadrat mit Seitenlänge 5.

---> 4 <'w(20) <5

{{Grafik: nicht dargestellt}}

Das Quadrat mit Seitenlänge 'w(20) ist etwas größer als das Quadrat mit Seitenlänge 4,4 und etwas kleiner als das Quadrat mit Seitenlänge 4,5.

--> 4,4 <'w(20) <4,5

{{Grafik: nicht dargestellt}}

Ergebnis:

'w(20) liegt zwischen 4,4 und 4,5.

-----

{{Info:}} Das Heron-Verfahren oder Babylonisches Wurzelziehen

Schrittweise nähern sich Rechtecke mit Flächeninhalt A =r immer genauer einem Quadrat mit Flächeninhalt r und Seitenlänge 'w(r) an. Berechne die Breite der Rechtecke jeweils so, dass A =r ist.

1. Schritt:

{{Grafik: A =r; a\_1 =r; b\_1 =1}}

--> b\_1 <'w(r) <a\_1

---

2. Schritt:

{{Grafik: A =r; a\_2 =(a\_1 +b\_1)/2; b\_2}}

--> b\_2 <'w(r) <a\_2

---

3. Schritt:

{{Grafik: A =r; a\_3 =(a\_2 +b\_2)/2; b\_3}}

--> b\_3 <'w(r) <a\_3

---

3. Schritt:

{{Grafik: A =r; a\_4 =(a\_3 +b\_3)/2; b\_4}}

--> b\_4 <'w(r) <a\_4

---

Wiederhole den letzten Schritt so lange, bis du die gewünschte Genauigkeit erreicht hast.

-----

+++37.) {{Musterbeispiel}} |T, H3, K2|

{{Grafik: Screenshot, Auszug einer Calc- oder Exceltabelle

| A | B

1 | Länge | Breite

2 | 5 | 1

3 | 3 | 1,6666667

4 | 2,3333333 | 2,1428571}}

Der Screenshot zeigt, wie du 'w(5) mit dem Heron-Verfahren in einer Tabellenkalkulation berechnen kannst. Gib für die färbig markierten Zellen jeweils eine Formel an.

---

Ausführung:

Zelle A4: Die Länge ist das arithmetische Mittel der beiden letzten Seiten: =(A3 +B3) /2

Zelle B4: Die Breite muss man so berechnen, dass der Flächeninhalt 5 beträgt: =5 /A4

-----

j-17 - 3. Wurzeln

+++38.) |H2, K1|

Gib an, zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen die gegebenen Wurzeln liegen.

a)

**[]** <'w(15) <**[]**

**[]** <'w(20) <**[]**

**[]** <'w(113) <**[]**

---

b)

**[]** <'w(56) <**[]**

**[]** <'w(38) <**[]**

**[]** <'w(165) <**[]**

---

c)

**[]** <'w(89) <**[]**

**[]** <'w(66) <**[]**

**[]** <'w(132) <**[]**

-----

+++39.) |H1, H2, K2|

Gib an, zwischen welchen natürlichen Zahlen die angegebene Wurzel liegt. Veranschauliche die Wurzel und die Schranken dabei so wie in Beispiel 36 als Seitenlängen von Quadraten.

a)

'w(30)

**[]**

---

b)

'w(40)

**[]**

---

c)

'w(18)

**[]**

---

d)

'w(90)

**[]**

---

e)

'w(60)

**[]**

---

f)

'w(77)

**[]**

---

g)

'w(l04)

**[]**

-----

40.) |H2, K1|

Gib drei Quadratwurzeln an, die zwischen den gegebenen natürlichen Zahlen liegen.

a)

4 und 5

**[]**

---

b)

9 und 10

**[]**

---

c)

15 und 16

**[]**

---

d) 49 und 50

**[]**

---

e)

65 und 66

**[]**

---

f)

72 und 73

**[]**

---

g)

**[]**

98 und 99

---

h)

111 und 112

**[]**

-----

+++41.) |H1, H2, K2|

Berechne die Wurzel näherungsweise ohne Verwendung der Wurzeltaste auf dem Taschenrechner (1) auf Zehntel (2) auf Hundertstel genau. Gehe vor wie in Beispiel 36 und veranschauliche die Wurzel und die Näherungswerte dabei als Seitenlängen von Quadraten.

a)

'w(29)

**[]**

---

b)

'w(53)

**[]**

---

c)

'w(41)

**[]**

---

d)

'w(50)

**[]**

---

e)

'w(86)

**[]**

---

f)

'w(95)

**[]**

---

g)

'w(103)

**[]**

-----

+++42.) | H3, K2|

Fortsetzung von 36: In der folgenden Rechnung wird 'w(20) auf zwei Nachkommastellen genau berechnet. Erkläre jeden Schritt der Berechnung und erläutere, was auf den Zahlengeraden dargestellt wird.

{{Grafik: Zahlengeraden werden nicht dargestellt}}

1^1 =1; ... 4^2 =16; 5^2 =25

--> 4 <'w(20) <5

---

4,1^2 =16,81; ... 4,4^2 =19,36; 4,5^2 =20,25

--> 4,4 <'w(20) <4,5

---

4,41^2 =19,4481; ... 4,47^2 =19.0809; 4,48^2 =20,0704

--> 4,47 <'w(20) <4,48

**[]**

-----

+++43.) |G, H2, K2|

Berechnet den Wert der Quadratwurzel mithilfe des Heron'schen Näherungsverfahrens

(1) händisch auf drei Nachkommastellen genau,

(2) mit einer Tabellenkalkulation auf fünf Nachkommastellen genau.

a)

'w(22)

**[]**

---

b)

'w(31)

**[]**

---

c)

'w(37)

**[]**

---

d)

'w(44)

**[]**

---

e)

'w(76)

**[]**

---

f)

'w(69)

**[]**

---

g)

'w(93)

**[]**

-----

+++44.) |G, H1, H3, K3|

Betrachtet das folgende Beispiel, in dem das Heron’sche Näherungsverfahren ähnlich wie in Beispiel 37 durchgeführt wird.

1. Rechteck:

Länge l\_1 =3

Breite b\_1 =2

{{Grafik: nicht dargestellt}}

2. Rechteck:

Länge l\_2 =(l\_1 +b\_1)/2 =2,5

Breite b\_2 =6/l\_2 =2,4

{{Grafik: nicht dargestellt}}

3. Rechteck:

Länge l\_3 =(l\_2 +b\_1)/2 =2,45

Breite b\_3 =6/l\_2 ~~2,449

{{Grafik: nicht dargestellt}}

(1) erklärt jeden Rechenschritt mit eigenen Worten.

(2) Interpretiert das Ergebnis: Was bedeuten die Seitenlängen des 3. Rechtecks?

-----

Weitere Aufgaben findest du in Thema Mathematik 4. Übungen auf Seite 13-14.

!!j-18 - 1. Reelle Zahlen

## !!Vermischte Aufgaben

+++45.) |H1, K2|

Gib jeweils drei Gleichungen an, deren Lösung

(1) eine natürliche Zahl ist, (2) keine natürliche Zahl, aber eine ganze Zahl ist.

**[]**

-----

+++46.) |H1, K1|

Gib jeweils drei Rechnungen mit natürlichen Zahlen an, deren Ergebnis (1) eine natürliche Zahl ist, (2) keine natürliche Zahl, aber eine ganze Zahl ist.

**[]**

---

+++47.)

Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist, und kreuze an!

Das Produkt ganzer Zahlen ist sicher eine ganze Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Die Differenz natürlicher Zahlen ist sicher eine ganze Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Die Summe rationaler Zahlen kann eine natürliche Zahl sein. **[]**

richtig **[]** falsch

---

Die Summe ganzer Zahlen ist immer verschieden von null. **[]**

richtig **[]** falsch

---

Der Quotient natürlicher Zahlen ist sicher eine rationale Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

-----

+++48.) |H4. K1|

Kreuze jeweils alle Zahlbereiche an, in denen die gegebene Zahl liegt:

a)

3,42: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

-2,5^.: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

-(8/10): **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

2/3: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

0: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

---

b)

1,123445... : **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

-8,75: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

25/5: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

-(10/2): **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

'w(5): **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

---

c)

0,(16)^-: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

14,0: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

-1,543^.: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

2 3/5: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

-11: **[]** 'N; **[]** 'Z; **[]** 'Q; **[]** 'R

-----

+++49.) |H4, K1|

Gibt es eine Zahl, die sowohl rational als auch irrational ist? Begründe deine Entscheidung!

**[]**

-----

+++50.) |H\_1, K2|

Trage die folgenden Zahlen jeweils an der richtigen Stelle im Diagramm ein.

{{Grafik: Diagramm aus 'N, 'Z, 'Q, 'I; 'R; nicht dargestellt}}

Zeichne dazu das Diagramm vergrößert in dein Heft. **[]**

'w(4)

'w(0,16)

'w(0,25)

'w(2,(47)^\_)

'w(0)

'w(25/4)

'w(0)

'w(8)

'w(8)

'w(9)

'w(18)

'w(36)

-'w(100/25)

-'w(1)

-2,3

-4,87

**[]**

-----

+++51.) |H4, K1|

Gib je drei natürliche Zahlen an, deren Quadratwurzel eine (1) natürliche (2) irrationale Zahl ist.

**[]**

---

+++52.) |G, H3, K2|

Sami behauptet: "Wenn ich zweimal die Quadratwurzel ziehe, erhalte ich die 4-te Wurzel."

H3 Überprüft die Aussage mit einigen Zahlenbeispielen und stellt eine Vermutung auf, ob das richtig ist.

**[]**

-----

+++53.) |H2, K1|

Berechne die Länge der Diagonale des Quadrates mit Flächeninhalt A (1) exakt (2) auf Millimeter genau.

a)

A =36 cm^2

**[]**

---

b)

A =49 cm^2

**[]**

---

c)

A =9,81 dm^2

**[]**

---

d)

A =16,64 dm^2

**[]**

-----

54.) |H\_4, K2|

Entscheide, ob die Aussage richtig oder falsch ist, und begründe deine Antwort!

a)

Die Quadratwurzel aus einer positiven Zahl ist immer positiv.

**[]**

---

b)

'w(81) =0,9

-----

j-19 - Vermischte Aufgaben

+++55.) |H2, K1|

Rechts siehst du eine Uhr mit einer besonderen Beschriftung. Solche Uhren für Mathe-Fans kannst du zum Beispiel im Internet erwerben.

{{Grafik: Uhr, Die Stunden sind wie folgt angegeben:

'w[5](1); 'w[3](8); 'w(9): 'w[3](8^2); 'w[3](25); 'w[3](125); 'w[3](18); 'w(49); 'w[3](8^2); 'w(3^4); 'w(25 \*4): 'w(11^2); 'w(144)}}

(1) Überprüfe, ob diese Uhr richtig beschriftet wurde.

Korrigiere alle Fehler!

**[]**

---

(2) Gestalte selbst eine ähnliche Mathematik-Uhr!

**[]**

-----

+++56.) |H2. K1|

Von den Quadraten in der Abbildung ist jeweils der Flächeninhalt in cm2 H2 gegeben. Berechne die Länge des färbig markierten Weges.

{{Grafik: nicht dargestellt}}

**[]**

-----

+++57.) |G, H2, K3|

Ilka tüftelt gerne. Sie berechnet die 4-te Wurzel aus 410,0625 ohne Taschenrechner so:

'w[4](410,0625) =4100625/10000 =6561/16 und 6561 =3 \*3 \*3 \*3 \*3 \*3 \*3 \*3 und 16 =2 \*2 \*2 \*2

Daher gilt: 'w[4](410,0625) ='w[4](6561/16 =(3 \*3)/2 =4,5

(1) Diskutiert Ilkas Rechenmethode und beschreibt sie in kurzen Sätzen.

**[]**

(2) Berechnet mit Ilkas Methode 'w[4](5,0625).

**[]**

-----

+++58.) |G, H2, K3|

Beweist folgende Aussage:

Wenn x rational und x^2 eine natürliche Zahl ist, dann muss x eine natürliche Zahl sein.

Anleitung: Was wäre, wenn x zwar rational, aber keine natürliche Zahl wäre? Dann wäre x eine Dezimalzahl mit mindestens einer Nachkommastelle und ...

**[]**

-----

+++59.) |H4, K2|

Welche der folgenden Zahlen z liegen in 'Q? Kreuze sie an!

**[]** Das Quadrat einer Zahl z ist 20,25.

**[]** Wenn ich zu einer Zahl z die Zahl 2 addiere, erhalte ich 'w(5).

**[]** Wenn ich aus einer Zahl z die Wurzel ziehe, so erhalte ich 7,3^. .

**[]** Wenn ich eine Zahl z durch 17 dividiere, so erhalte ich 3/34.

+++60.) |H4, K2|

Entscheide, ob das Ergebnis der Rechnung eine rationale Zahl ist oder nicht, und kreuze an}}!

a)

'w(25) -8 [] rational [] nicht rational

'w(25) +'w(5) [] rational [] nicht rational

3 \*'w(5) -'w(20) [] rational [] nicht rational

4 \*'w(5) -'w(80) [] rational [] nicht rational

'w(16) -'w(36) [] rational [] nicht rational

---

b)

16 -'w(3) [] rational [] nicht rational

4 \*'w(4) [] rational [] nicht rational

3 \*'w(3) -'w(27) [] rational [] nicht rational

4 \*'w(9) -9/4 [] rational [] nicht rational

'w(27) -'w(2) [] rational [] nicht rational

-----

+++61.) |H1, H2, K3|

In der Rechnung rechts wird die Länge einer Diagonale d eines Quadrats mit dem Flächeninhalt A =25 cm^2 berechnet.

A =d^2/2

A \*2 =d^2

25 \*2 =d^2

5 \*'w(2) =d

(1) erkläre jeden Schritt der Berechnung.

**[]**

(2) Die Länge der Diagonale d wird hier nicht als Dezimalzahl angeschrieben. erläutere, was das für die Genauigkeit der Lösung bedeutet.

**[]**

-----

+++62.) |H2|

Bestimme den Wert von 'w(15) auf zwei Nachkommastellen genau. Verwende

a)

die Methode der Intervallschachtelung,

**[]**

---

b) das Heron'sche Näherungsverfahren.

**[]**

-----

j-20 -

## !!thema - Geschichte der Zahlen

##### Indische Mathematik

In Indien entwickelte sich ab 500 nach Christus unser Dezimalsystem. Im Gegensatz zu den römischen Zahlzeichen, die früher verwendet wurden, handelt es sich dabei um ein Stellenwertsystem: Die Bedeutung einer Ziffer 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ergibt sich durch ihre Position.

{{Grafik: Sonnenuhr Vedha Shala im Observatorium in Ujjain}}

Negative Zahlen gibt es seit ca. 600 nach Christus.

Der indische Mathematiker Brahmagupta (598-668), der auch ein astronomisches Observatorium leitete, entwickelte in seinem Werk Brahmasphutasiddhanta erstmals Regeln für das Rechnen mit negativen Zahlen und für die Verwendung der Zahl Null. er verwendete auch schon Bruchzahlen und schrieb z. B. 3 /4 ({ohne Bruchstrich}} für 3 /4.

Aufgaben aus dem Brahmasphutasiddhanta, wie die beiden Folgenden, wurden durch Probieren gelöst.

-) 1. Eine Aufgabe aus dem Brahmasphutasiddhanta ist in der folgenden Version als Eieraufgabe des Brahmagupta (englisch: Egg Basket Problem) bekannt (siehe 1).

-) 2. Die Aufgabe aus dem Brahmasphutasiddhanta im Original ist ähnlich zur Aufgabe 1 (siehe 2). Hinweis: Die gesuchte Zahl ist kleiner als 70.

1. In einem Korb befindet sich eine unbekannte Anzahl von Eiern. Beginnt man nun den Korb zu leeren, indem an immer zwei Eier auf einmal entfernt, so verbleibt am Ende ein einzelnes Ei im Korb.

Wenn man stattdessen nun immer drei Eier auf einmal entnimmt, so bleiben am Ende zwei Eier übrig. Entsprechend ergibt sich bei vier Eiern ein Rest von drei, bei fünf Eiern ein Rest von vier und bei sechs Eiern ein Rest von fünf. Entfernt man jedoch immer sieben Eier auf einmal, so bleibt kein Rest, das heißt der Korb ist am Ende leer. Wie viele Eier befinden sich mindestens im Korb?

(Entnommen aus Oystein Ore /Number Theory and its History. Courier Dover Publications 1988, S. 249)

Findet die Lösung der Aufgabe durch Probieren! Beginnt eure Suche mit Zahlen größer als 100!

**[]**

---

Welche Zahl liefert geteilt durch 6 den Rest 5, geteilt durch 5 den Rest 4, geteilt durch 4 den Rest 3 und geteilt durch 3 den Rest 2?

Löst auch diese Aufgabe durch Probieren!

**[]**

-----

##### Von der arabischen zur europäischen Mathematik

Durch die Ausbreitung des Islams von der arabischen Halbinsel bis Indien und Indonesien gelangte das mathematische Wissen des Ostens zwischen 1000 und 1200 n. Chr. in die muslimische Welt und deren damalige Hauptstadt Bagdad. Islamische Mathematiker wie al-Chwarizmi, Muhammad al-Karadschi oder al-Biruni haben dieses Wissen erweitert und beispielsweise die Schreibweise von Brüchen mit einem Bruchstrich eingeführt.

Das Wissen über Zahlen kam dann über Spanien, aber auch durch die Kreuzzüge und durch Handelsbeziehungen aus dem arabischen Raum nach und nach in den Westen. Daher sprechen wir immer noch von den arabischen Ziffern, obwohl diese ursprünglich aus Indien stammen.

-) 3. Findet heraus, welche besonderen Leistungen die im Text genannten islamischen Mathematiker erbracht haben. Wer von ihnen hat beispielsweise den Erdradius mit sehr großer Genauigkeit bestimmt?

j-20

Der deutsche Rechenmeister Adam Ries (1492-1559) hatte großen Anteil daran, dass sich die dezimale Schreibweise von Zahlen gegenüber den römischen Zahlzeichen auch in Europa durchsetzte.

Damals war Latein die Sprache der Wissenschaft. Alle europäischen Gelehrten schrieben ihre Bücher in lateinischer Sprache. Adam Ries schrieb sein Lehrbuch Rechenung auff der linihen und federn aber auf Deutsch. Es wurde daher nicht nur von den Gelehrten gelesen. Voraussetzung für die weite Verbreitung dieses Lehrbuches war die Erfindung des Buchdrucks um 1450 durch Johannes Gutenberg. In diesem Werk zeigte Adam Ries, wie einfach das Rechnen mit Zahlen ist, wenn man sie dezimal anschreibt.

{{Grafik: Buch von Adam Ries, Rechenung auff}}

Christoph Rudolff, der um 1500 lebte und viele Jahre an der Universität Wien unterrichtete, führte 'w() als Wurzelzeichen ein. Ähnlich wie Adam Ries schrieb auch er ein Buch in deutscher Sprache.

Große Fortschritte im Zahlenverständnis machte der Schweizer Mathematiker Leonhard Euler (1707-1783). Von ihm stammen das Symbol 'pi für die Kreiszahl (siehe Kapitel 5) und das Zahlensymbol "i", das wir heute die imaginäre Einheit nennen. Dieses Symbol hat die Eigenschaft, dass i^2 =-1 ist. Es kann daher keine reelle Zahl sein!

-) 4. Christoph Rudolff hat ein Buch geschrieben, welches im Text oben erwähnt wird. Findet heraus, wie es heißt und was in diesem Buch behandelt wird. Leonhard Euler hatte ein sehr interessantes Leben. Findet heraus, wo er gelebt hat. Was passierte zwölf Jahre vor seinem Tod?

##### Die Irrationalität von Zahlen

Bereits die griechischen Mathematiker entdeckten, dass es Zahlen gibt, die man nicht als Quotient ganzer Zahlen schreiben kann. Schon um 300 v. Chr. bewies Euklid von Alexandria, dass 'w(2) irrational ist.

Erst in der Neuzeit wurden weitere irrationale Zahlen entdeckt:

-) 1761 bewies Johann Heinrich Lambert, dass die Kreiszahl 'pi irrational ist.

-) Um 1880 demonstrierte Georg Cantor zur Überraschung aller Mathematiker, dass man unterschiedliche Formen von "Unendlich" unterscheiden kann und dass es in diesem Sinn viel mehr irrationale als rationale Zahlen gibt.

Interessanterweise weiß man bis heute nicht, ob beispielsweise 'pi^('pi) rational oder irrational ist.

Die Geschichte der Zahlen ist also noch längst nicht abgeschlossen!

-) 5. Quizfragen zum Text

1. Wer hat ungefähr wann das Wurzelzeichen eingeführt?

**[]**

2. Wer hat ungefähr wann den Buchdruck erfunden?

**[]**

3. Welchen Beruf hatte jener Mathematiker, der die negativen Zahlen eingeführt hat?

**[]**

4. Wer hat bewiesen, dass die Kreiszahl n irrational ist?

**[]**

5. Welche Stadt war die Hauptstadt der muslimischen Welt um 1000 n. Chr.?

**[]**

j-21 - 1. Reelle Zahlen

## !!Sprache der Mathematik

+++63.) |H4, K2|

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine athematisch korrekte Aussage entsteht!

{{Satzteile}}

1.

rationale **[]**

irrationale **[]**

ganze **[]**

2.

ein Bruch ist **[]**

ein Wurzelzeichen enthält **[]**

als Bruch zweier ganzer Zahlen nicht möglich ist **[]**

{{Text mit Lücken}}

Die Zahl -('w(7))/2 ist eine 1 **[]** Zahl, weil die Darstellung 2 **[]**.

+++64.) |H4, K3|

Im Bild rechts siehst du, wie das Ergebnis einer Rechnung mit einer Taschenrechner-App am Smartphone angezeigt wird. entscheide, ob die folgende Argumentation korrekt ist, und begründe deine Antwort.

{{Grafik: 0,14265714286}}

Die Zahl ist rational, weil es eine periodische Dezimalzahl ist: 0,142857142857142857... =0,(142857)^\_

**[]**

-----

+++65.) |G, H3, K1|

Lisa behauptet: "Wenn sich bei einer Dezimalzahl die Wurzel ausgeht, hat das Ergebnis nur halb so H3 viele Nachkommastellen." Als Beispiel führt sie an 'w(20,4304) =4,52

Diskutiert Lisas Aussage:

(1) Was genau meint sie damit, dass "sich die Wurzel ausgeht"?

**[]**

(2) Überprüft mit Zahlenbeispielen, ob die Behauptung immer richtig ist.

**[]**

-----

+++66.) |T, G, H4, K2|

Die Zahlbereiche wurden schrittweise von 'N zu 'Z zu 'Q und schließlich zu 'R erweitert.

Gebt für jeden erweiterungsschritt mindestens einen Grund an. Recherchiert gegebenenfalls auch im Internet.

**[]**

---

+++67.) |G, H4, K2|

Wenn ihr zwei natürliche Zahlen addiert, erhaltet ihr sicher wieder eine natürliche Zahl.

Beim Subtrahieren ist das nicht der Fall, weil z. B. 1 -3 \'el 'N.

Wir sagen: "Die Addition ist in 'N uneingeschränkt ausführbar oder abgeschlossen." und "Die Subtraktion ist in 'N nicht abgeschlossen."

a)

Diskutiert, welche Rechenoperationen in den Zahlbereichen 'N, 'Z, 'Q und 'R abgeschlossen sind. Begründet jeweils durch Zahlenbeispiele, wenn eine Rechenoperation nicht abgeschlossen ist.

Fasst eure Ergebnisse übersichtlich in einer Tabelle zusammen.

**[]**

---

b)

Betrachtet weitere Zahlbereiche, z. B. die Menge der geraden natürlichen Zahlen oder die Menge aller rationalen Zahlen zwischen 0 und 1. Geht vor wie in bei a).

**[]**

---

c)

Betrachtet andere Rechenoperationen, z. B. das Verdoppeln, das Vierteln, das Quadrieren oder das Wurzelziehen. Geht vor wie bei a).

**[]**

---

+++68.) |H4, K2|

Fortsetzung von 67: Kreuze für jeden Zahlbereich alle Rechenoperationen an, die in der jeweiligen Zahlenmenge uneingeschränkt ausführbar sind. Überprüfe dazu, ob

-) die Summe natürlicher Zahlen sicher in 'N liegt,

-) die Differenz rationaler Zahlen sicher in 'Q liegt, ...

usw.

{{Tabelle ist aufgelöst!}}

'N:

+ **[]**

- **[]**

**\* []**

/ **[]**

()^2 **[]**

'w() **[]**

---

'Z:

+ **[]**

- **[]**

**\* []**

/ **[]**

()^2 **[]**

'w() **[]**

---

'Q:

+ **[]**

- **[]**

**\* []**

/ **[]**

()^2 **[]**

'w() **[]**

---

'R:

+ **[]**

- **[]**

**\* []**

/ **[]**

()^2 **[]**

'w() **[]**

-----

+++69.) |G, H4, K3|

Fortsetzung von 67: Diskutiert die folgende Begründung und gebt an, ob sie richtig oder falsch ist.

a)

Die Subtraktion ist in 'Z abgeschlossen, weil das Subtrahieren einer negativen Zahl das gleiche bedeutet wie das Addieren einer positiven Zahl.

Beispiel: 2 -(-5) =2 +5 =7 'el 'Z

**[]**

---

b)

Die Division ist in 'N abgeschlossen, weil

10 /2 =5 'el 'N,

6 /3 =2 'el 'N,

120 /6 =20 'el 'N, ...

-----

j-23 - Wissen im Brennpunkt -Teste dein Wissen!

## !!Wissen im Brennpunkt -Teste dein Wissen!

||{{Ziel:}} Ich kann die Erweiterung der Zahlbereiche von 'N über 'Z bis 'Q darstellen und erklären. Abschnitt 1.1\||

---

+++70.) |H1, K1|

Trage die Ergebnisse der sechs Rechnungen jeweils an der richtigen Stelle im Diagramm ein.

{{Grafik: Diagramm mit 'N in der Mitte, darum liegt 'Z und ganz außen ist 'Q}}

a)

3 +4 =**[]**

7 -4 =**[]**

2 /8 =[]

6 -8 =**[]**

10 \*3 =**[]**

6 -2 =**[]**

---

b)

-5 +3 =**[]**

3 +(-9) =**[]**

1 -(-3) =**[]**

2 \*(-5) =**[]**

(-9) /(-3) =**[]**

7 /2 =**[]**

---

c)

3/4 +1/4 =**[]**

1/2 -1/8 =**[]**

2/3 -7/3 =**[]**

-2 \*3/4 =**[]**

-(6/10) \*5/3 =**[]**

1/2 /1/8 =**[]**

-----

||{{Ziel:}} Ich kann die Erweiterung der Zahlbereiche von 'Q bis 'R darstellen und erklären. Abschnitt 1.2 \||

---

+++71.) |H4, K1|

Kreuze alle Wurzelausdrücke an, die eine rationale Zahl ergeben!

Zahl 'el Q'

**[]** 'w(10)

**[]** 'w(100)

**[]** 'w(64)

**[]** 'w(0,9)

**[]** 'w(0.09)

**[]** 'w(1/4)

**[]** 'w(49/144)

**[]** 'w(7/12)

-----

+++72.) |H4, K1|

In welchen Zahlenmengen 'N, 'Z, 'Q, 'I und 'R liegt die Zahl? Gib alle passenden Zahlbereiche an!

a)

5,67

**[]**

---

b)

'w(12)

**[]**

---

c)

5/3

**[]**

---

d)

'w(225)

**[]**

---

e)

-7,(25624)^-

**[]**

---

f)

-'w(36)

**[]**

-----

+++73.) | H1, K1|

Schreibe die Dezimalzahl als Bruch an:

a)

0,7 =**[]**

---

b)

6,02 =**[]**

---

c)

3,45 =**[]**

---

d)

7,72 =**[]**

---

e)

1,2^- =**[]**

---

f)

8,(23)^-=**[]**

-----

+++74.) |H3, K1|

Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist, und kreuze an!

Die Zahl 7 gehört zu den rationalen Zahlen 'Q, weil man sie als Bruch schreiben kann.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Die Zahl 'w(2,25) gehört nicht zu den reellen Zahlen, weil sie eine rationale Zahl ergibt.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Jede Differenz natürlicher Zahlen ist auch eine natürliche Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Jede ganze Zahl ist auch eine reelle Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

WE gibt eine kleinste positive ganze Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

-----

||{{Ziel:}} Ich kann Wurzeln berechnen und Anwendungsaufgaben durch Wurzelziehen lösen. Abschnitt 1.3\||

---

+++75.) |H3, K2|

Welche der folgenden gesuchten Zahlen liegen in 'N? Kreuze an

Ein Quadrat hat den Flächeninhalt A =65 cm^2. Wie groß ist seine Seitenlänge a?

[] a 'el 'N [] a \'el 'N]

Das Quadrat einer Zahl a ist 49. Wie heißt die Zahl?

[] a 'el 'N [] a \'el 'N]

Die Oberfläche eines Würfels hat den Flächeninhalt A =54 cm^2. Wie groß ist seine Seitenlänge a?

[] a 'el 'N [] a \'el 'N]

Wenn ich eine Zahl a quadriere, so erhalte ich 45. Wie heißt die Zahl?

[] a 'el 'N [] a \'el 'N]

Das Volumen eines Würfels ist V =8 cm^3. Wie groß ist seine Seitenlänge a?

[] a 'el 'N [] a \'el 'N]

-----

24 - 1. Reelle Zahlen

+++76.) |H4, K1|

Joachim und Alessandro gehen beim partiellen Wurzelziehen unterschiedlich vor:

Joachim rechnet so:

'w(52) ='w(16 +36) = 'w(16) +'w(36) =4 +6 =10

Alessandro rechnet so:

'w(52) = 2 \*'w(13)

Wer hat richtig gerechnet? Begründe deine Entscheidung!

**[]**

-----

||{{Ziel:}} Ich kann Näherungswerte für Quadratwurzeln angeben. Abschnitt 1.3\||

---

+++77.) |H3, K1|

Entscheide ohne Taschenrechner, ob die Aussage richtig oder falsch ist, und kreuze an!

a)

'w(12) <3 **[]** richtig **[]** falsch

4 <'w(29) **[]** richtig **[]** falsch

**'**w(70) >10 **[]** richtig **[]** falsch

-'w(64) =-8 **[]** richtig **[]** falsch

---

b)

20 <'w(430) < 21 **[]** richtig **[]** falsch

15 >'w(120) **[]** richtig **[]** falsch

0 <-'w(9) [] richtig [] falsch

'w(90) <100 **[]** richtig **[]** falsch

-----

+++78.) |H2, K1|

Gib an, zwischen welchen ganzen Zahlen die gegebene Zahl liegt.

a)

'w(70)

**[]**

---

b)

-'w(10)

**[]**

---

c)

'w(500)

**[]**

---

d)

-'w(1000)

**[]**

-----

+++79.) |H4, K2|

Begründe ohne Taschenrechner, dass folgende Aussage stimmt:

'w(80) ist etwas kleiner als 9.

**[]**

-----

##### 20 Minuten Check

+++80.)

1)

Gib drei Gleichungen an, deren Lösung eine natürliche Zahl ist!

**[]**

---

2)

entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist, und kreuze an!

Jede irrationale Zahl ist eine reelle Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Jede Wurzel aus einer natürlichen Zahl ist eine irrationale Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Keine irrationale Zahl ist eine ganze Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Es gibt negative Zahlen, die irrationale Zahlen sind.

**[]** richtig **[]** falsch

---

Jede reelle Zahl ist eine irrationale Zahl.

**[]** richtig **[]** falsch

---

3)

Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

{{Satzteile}}

1:

rationale **[]**

irrationale **[]**

ganze **[]**

2:

eine unendliche, nicht periodische Dezimalzahl ist **[]**

keinen Bruch enthält **[]**

sich als Bruch ganzer Zahlen schreiben lässt **[]**

{{Text mit Lücken}}

Die Zahl 'w(5) ist eine 1 **[]** Zahl, weil sie 2 **[].**

**---**

4)

entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Kreuze an und korrigiere den Fehler, wenn notwendig!

'w(256 +144) =16 +12 =28 **[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

'w(100 -64) =36 **[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

4 \*'w(3) -'w(3) =3 \*'w(3) **[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

'w(16) -'w(144) =-4 **[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

'w(8100) ='w(81) \*'w(100) =9 \*10 =90 **[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

---

5)

Gib an, zwischen welchen natürlichen Zahlen 'w(50) liegt.

**[]**

-----

j-25

# !!2. Terme und Gleichungen

In diesem Rätsel verbergen sich 20 Begriffe, die etwas mit dem Thema dieses Kapitels zu tun haben und die du bereits kennst. Sie können von links nach rechts oder von oben nach unten gelesen werden.

Hinweis: ä =ae, ö =oe, ü =ue

{{Das Rätsel wird dargestellt, in dem alle Buchstaben ohne Abstand wagrecht aneinander gereiht sind. Die Zeilen sind wie in der Vorlage belassen.}}

---

dhrsabkzwevbbinomiljbfedc

lkfzbfnhuedgkxsdogjkmbnde

ertsaktermgfdsyfnhjklztrs

wertsujkzrsqwjeuopohgfdsa

aequivalenzumformunghgfzs

evdbsyxclweatzmiklglfdsua

qefghjtfbwsdqlexponentxnz

unbekanntezrvbnrmkhidwaao

ipluhtfesrwacvbpmhochzahl

variablertdtaziolmbhfdsmw

asjhftoishgfvhjloesungtep

lineartgdcngwkzyznfnpgdwa

ehfcnkiztwfpotenzifgegung

nrhmknvwaupkgrdoembcegyah

tpkzrwdghkabnahmeartnvdwk

---

(1) Finde möglichst viele Begriffe und notiere sie. erkläre anschließend alle Begriffe in deiner Liste und markiere jene, die du nicht mehr ganz genau erklären kannst!

**[]**

---

(2) Vergleicht eure Ergebnisse in einer kleinen Gruppe und ergänzt eure Listen. Wiederholt gemeinsam, was die einzelnen Begriffe bedeuten.

**[]**

-----

j-26 - 2. Terme und Gleichungen

## !!2.1 Rechnen mit Termen

||{{Ziel:}} Terme auswerten und umformen\||

---

||Ein Term ist eine sinnvolle Verknüpfung von Zahlen, Variablen und Rechenzeichen.

Beachte folgende Schreibweise:

T(a) ist ein Term, der nur die Variable a enthält. Sprich: "T von a" z. B. T(a) =4 \*a

T(a, b) ist ein Term, der die Variablen a und b enthält. Sprich: "T von a und b" z. B. T(a, b) =a \*b

Den Wert eines Terms erhältst du, wenn du für jede Variable eine konkrete Zahl einsetzt.\||

---

Hinweis: "Werte den Term aus!" bedeutet: "Berechne den Wert des Terms!"

+++81.) {{Musterbeispiel}} |H2, H3, K1

Werte den Term T(n) =2 \*n +1 für n =0, 1, 2 aus und beschreibe, was dir bei den Werten auffällt.

---

Ausführung:

Setze für n der Reihe nach 0, 1 und 2 ein.

n =0 --> T(0) =2 \*0 +1 =1

n =1 --> T(1) =2 \*1 +1 =3

n =2 --> T(2) =2 \*2 +1 =5

Ergebnis: Alle Werte des Terms sind ungerade natürliche Zahlen.

-----

###### ||Terme addieren und subtrahieren

Terme mit gleichen Variablen können wir addieren und subtrahieren.

Terme mit verschiedenen Variablen können wir nicht addieren und subtrahieren.

###### Klammern auflösen und ausmultiplizieren

Addieren einer Klammer

a +(b +c) =a +b +c

a +(b -c) =a +b -c

Du kannst die Klammer weglassen.

Mit einer Klammer multiplizieren

a \*(b +c) =a \*b +a \*c

Subtrahieren einer Klammer

a -(b +c) =a -b -c

a -(b -c) =a -b +c

Du kannst die Klammer weglassen, wenn du die Rechenzeichen + und - in der Klammer umkehrst. Zwei Klammern multiplizieren

(a +b) \*(c +d) =a \*c +a \*d +b \*c +b \*d\||

---

Bemerkungen:

(i) Wenn du durch einen Term dividierst, entsteht ein Bruchterm. Siehe dazu Abschnitt 2.2.

(ii) Verwende beim Ausmultiplizieren die Vorzeichenregeln, wenn das Rechenzeichen Minus vorkommt!

---

+++82.) {{Musterbeispiel}} |H2, K2|

Vereinfache den Term so weit wie möglich: 4 \*s -3 \*(8 -5 \*s)

---

Ausführung:

Beachte die Vorrangregeln: Punktrechnung vor Strichrechnung.

4 \*s -3 \*(8 -5 \*s) =Produkt in eine eckige Klammer schreiben

4 \*s -[24 -15 \*s] =Minus vor der Klammer auflösen und zusammenfassen

4 \*s -24 +15 \*s =19 \*s -24

-----

||Das Herausheben eines gemeinsamen Faktors

-) ist die Umkehrung zum Ausmultiplizieren.

a \*b +a \*c =a \*(b +c)

-) verwandelt eine Summe oder Differenz in ein Produkt.

a \*b -a \*c =a \*(b -c) \||

---

+++83.) {{Musterbeispiel}} |H2, K1|

Hebe den größten gemeinsamen Faktor heraus: 3 \*r \*s +6 \*s

---

Ausführung:

Überlege zuerst: 3 \*s steckt als Faktor in jedem Summanden.

Herausheben ist die Umkehrung zum Ausmultiplizieren.

--> 3 \*r \*s +6 \*s =3 \*s \*(? +?)

3 \*s \*r =3 \*r \*s und 3 \*s \*2 =6 \*s

--> 3 \*r \*s +6 \*s =3 \*s \*(r +2)

-----

j-27 - 2.1 Rechnen mit Termen

+++84.) |H2, K1|

Vereinfache den Term und werte ihn für a =-3 aus.

a)

T(a) =7 \*a -13 +2 +6 \*a -a +9

**[]**

---

b) T(a) =21 +18 \*a -23 \*a -16 +14 \*a -5

**[]**

---

c)

T(a) =9 -3 \*a +4 +8 \*a -2

**[]**

---

d)

T(a) =4 \*a +(3 -2 \*a) -a -9

**[]**

---

e)

T(a) =3 +(7 \*a -9 +3 \*a) +5 \*a -1

**[]**

---

f)

T(a) =18 \*a +24 -(3 \*a -18 +12 \*a)

**[]**

---

g)

T(a) =13 \*a -(8 +3 \*a -2) +4 \*a

**[]**

---

h)

T(a) =4 -(5 \*a -5 +a -4) +a -12

**[]**

-----

+++85.) |H2, K1|

Werte die Terme für x =-2 aus und ordne ihnen mithilfe der Buchstaben jeweils den passenden Wert zu.

a)

{{Passende Werte}}

A: 4

B: 12

C: 3

D: 7

E: 6

F: 10

{{Terme}}

**[]** T(x) =(3 \*x)/3 +7

**[]** T(x) =-2 \*x +8

**[]** T(x) =x^2/4 +6

**[]** T(x) =x^2 +x +1

---

b)

{{passende Werte}}

A: -2

B: 2

C: 0

D: -4

E: 16

F: 8

{{Terme}}

**[]** T(x) =2 \*x^2 +8

**[]** T(x) =x +(x +2)

**[]** T(x) =(x +2)/2 -x

**[]** T(x) =-2 \*(x -2)

-----

+++86.) |H2, K2|

Vereinfache den Term so weit wie möglich.

a)

4 \*v +2 \*(3 \*v +2)

**[]**

---

b)

-6 \*v -8 \*(-4 \*v +1)

**[]**

---

c)

4 \*(3 \*v -6) -(2 \*v -1) \*12

**[]**

---

d)

(8 +6 \*v) \*(-2) +(10 \*v -5) \*5

**[]**

e)

(3 \*v +2) \*5 +2 \*(6 \*v -2) -5 \*(2 -4 \*v)

**[]**

---

f)

-(v +1) -3 \*(-2 +6 \*v) +(3 \*v -1) \*(-4)

**[]**

-----

+++87.) |H2,K1|

Vereinfache:

a)

(x +4) \*(7 +y)

**[]**

---

b) (8 +m) \*(3 \*k -7)

**[]**

---

c) (9 +4 \*h) \*(8 -6 \*g)

**[]**

---

d)

(4 \*r -5) \*(-2 \*s -3)

**[]**

---

e)

-(2 \*x +3) \*(-4 -9 \*y)

**[]**

---

f)

3 \*(-3 \*f +1)= \*(h +7)

**[]**

---

g)

6 \*(-5 \*w +9) \*(-w -1)

**[]**

---

h)

-5 \*(-4 \*p -9) \*(-2 +6 \*h)

**[]**

---

i)

-4 \*(-5 \*x +8) \*(-2 -y)

**[]**

-----

+++88.) |H2, K1|

Vereinfache den Term und werte ihn für p =3 und q =1 aus.

a)

T(p, q) =34 +(8 p +3) \*(q -1) -2 \*p

**[]**

---

b)

T(p, q) =q -5 \*p +(2 \*p -1) \*(-q +3)

**[]**

---

c)

T(p, q) =-(3 \*p -2) \*(2 \*q +4) -(q +1) \*(p -1)

**[]**

---

d)

T(p, q) =4 \*(3 +4 \*p) \*(2 +3 \*q) -2 \*(p +4) \*(q -1)

**[]**

-----

+++89.) |H2, K1|

Schreibe als Produkt, indem du heraushebst

a)

4 \*a +12 \*c

**[]**

---

b)

10 \*r +25 \*k

**[]**

---

c)

6 \*k -12 \*a \*k

**[]**

---

d)

36 \*g \*f +8 \*f

**[]**

---

e)

24 \*a \*c +16 \*a \*d

**[]**

---

f)

9 \*e \*z -21 \*f \*z

**[]**

---

g)

25 \*c \*d -5 \*d \*g

**[]**

---

h)

16 \*d \*h -36 \*h -5 \*g \*h

**[]**

-----

+++90.) |H4, K2|

Entscheide, ob richtig herausgehoben wurde. Kreuze an und korrigiere Fehler, wenn notwendig!

8 \*(1 -4 \*t) +2 \*t \*(1 -4 \*t) =(1 -4 \*t) (8 +2 \*t)

**[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

2 \*r \*(5 \*r +9 \*k) +(5 \*r +9 \*k) =(5 \*r +9 \*k) \*3 \* r

**[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

3 \*(4 \*t -1) +2 \*t \*(1 -4 \*t) =(4 \*t -1) (3 -2 \*t)

**[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

5 \*g \*(3 -2 \*g) -(2 \*g -3) \*10 =(3 -2 \*g) (5 \*g -10)

**[]** richtig **[]** falsch; Korrektur **[]**

-----

+++91.) |H1, K2|

Welcher Term wird durch die gelb unterlegte Fläche dargestellt? Ordne mithilfe der Buchstaben die entsprechenden Flächen richtig zu!

{{Grafik: nicht dargestellt}}

(a +2) \*(b +1)

**[]**

2 \*b -a \*b

**[]**

a\*(b +2)

**[]**

3 \*a \*b +6 \*a

**[]**

-----

Weitere Aufgaben findest du in Thema Mathematik 4. Übungen auf Seite 15-16.

j-28 - 2. Terme und Gleichungen

##### Terme mit Potenzen und Wurzeln

||{{Ziel:}} Terme mit Potenzen und Wurzeln umformen\||

---

||Eine Potenz a^n mit Basis a 'el 'R und Exponent n 'el 'N ist ein besonderer Term:

a^n steht kurz für: a^n =a \*a \*a \*... \*a (n Faktoren) und a^0 =1 für a \= 0

Rechenregeln für Potenzen

Potenzen multiplizieren:

a^n \*a^k =a^(n +k)

Potenzen dividieren:

a^n/a^k =a^(n -k) für n >=k

Ein Produkt potenzieren:

(a \*b)^n =a^n \*b^n

Einen Quotienten potenzieren:

(a/b)^n =a^n/b^n (b \=0)

Eine Potenz potenzieren:

(a^n)^k =a^(n \*k)\||

---

Hinweis: "Vereinfache den Term!" bedeutet: Schreibe den Term ohne Klammern und fasse gleiche Variable bzw. Potenzen zusammen.

+++92.) {{Musterbeispiel}} |H2, K2|

Vereinfache den Term T(a) =a^2 \*(6 \*a -1) -2 \*a \*(3 \*a^2 +4) und werte ihn für a =-5 aus.

---

Ausführung:

Achte beim Vereinfachen besonders auf die Vorzeichen und beachte die Vorrangregeln!

a^2 \*(6 \*a -1) -2 \*a \*(3 \*a^2 +4) =

(Klammern ausmultiplizieren)

6 \*a^3 -a^2 -[6 \*a^3 +8 \*a] =

(Minus vor der Klammer auflösen)

6 \*a^3 -a^2 -6 \*a^3 -8 \*a =

(zusammenfassen)

-^a2 -8 \*a

Verwende zum Auswerten den vereinfachten Term:

T(-5) = -(-5)^2 -8 \*(-5) =-25 +40 =15

-----

+++93.) {{Musterbeispiel}} |H2, K1|

Hebe aus dem Term (3 \*a^5)/2 -a^3 +a^2/2 den gemeinsamen Faktor a^2/2 heraus.

---

Ausführung:

Beachte: Herausheben ist die Umkehrung zum Ausmultiplizieren.

(3 \*a^5)/2 -a^3 +a^2/2 =a^2/2 \*(? -? +?)

(3 \*a^5)/2 -a^3 +a^2/2 \*(3a^2 -2 \*a +1)

-----

###### ||Rechenregeln für Wurzeln

Wurzel aus einem Produkt:

'w[n](a \*b) ='w[n](a) \*'w[n](b)

Wurzel aus einem Quotienten:

'w[n](a/b) ='w[n](a)/'w[n](b) (b \=0)\||

---

Hinweis: Du verwendest diese Rechenregeln beim partiellen Wurzelziehen (vergleiche Abschnitt 1.3)!

+++94.) {{Musterbeispiel}} |H2, K1|

Vereinfache den Term durch partielles Wurzelziehen

'w(18 \*a^9 \*(a^2 +3)^2)

---

Ausführung:

Gehe vor wie in Abschnitt 1.3: Schreibe den Ausdruck unter der Wurzel zuerst so als Produkt an, dass du aus mindestens einem Faktor exakt die Wurzel ziehen kannst.

'w(18 \*a^9 \*(a^2 +3)^2) =

(Faktoren, aus denen die Wurzel gezogen werden kann, anschreiben)

'w(2 \*3^2 \*a \*a^8 \*(a^2 +3)^2 =

(partiell Wurzel ziehen)

3 \*a^4 \*(a^2 +3) \*'w(2 \*a)

-----

j-29 - 2.1 Rechnen mit Termen

+++95.) |H4, K1|

Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist, und kreuze an!

a)

(5 \*s)^4 =5^4 s^4 **[]** richtig **[]** falsch

(12 \*t^6) /(4 \*t^8) =3/t^2 **[]** richtig **[]** falsch

(z^4)^3 =z^7 **[]** richtig **[]** falsch

[(3 \*h)3]^3 =27 \*h^9 **[]** richtig **[]** falsch

---

b)

4 \*a^2 \*(-3) \*a =12 \*a^6 **[]** richtig **[]** falsch

(k^2)^6 =k^(12) **[]** richtig **[]** falsch

(-r)^4 =-r^4 **[]** richtig **[]** falsch

(4 \*x^2)^3 =64 \*x^6 **[]** richtig **[]** falsch

-----

+++96.) |H2, K1|

Vereinfache:

a)

5 \*s^2 \*(4 \*r \*s)^3

**[]**

---

b)

(-9 \*r \*s^3)^2 \*(-2 \*r^2 \*s)

**[]**

---

c)

(3 \*(r^2 \*s)^4)/((-2) \*s^2)

**[]**

---

d)

(24 \*r^2 \*s)/((2r^2s)^3)

**[]**

---

e)

((2 \*r)/s)^2 \*s^3/4

**[]**

---

f)

((5 \*r^2 \*s)/2)^3 /25 \*r \*s^2

**[]**

---

g)

(-4 \*a^2 \*b) \*2 \*b +5 \*a \*a \*b^2

**[]**

---

h)

8 \*a \*b^4 \*(-3 \*a \*b ^2) +5 \*b^3 \*6 \*a^2 \*b^3

**[]**

---

i)

(-2 \*a^2 \*b^3) \*3 \*a^2 \*b -7 \*a^2 \*(-a^2 b^4)

**[]**

-----

+++97.) |H1, K1|

Gegeben ist der Term 18 \*x^2 \*y^3.

Kreuze alle Terme an, die gleichbedeutend mit dem gegebenen Term sind:

**[]** 18 \*x^2 +y^2

**[]** 2 \*y \*(2 \*x \*y)^2

**[]** 10 \*x^2 +8 \*y^3

**[]** 3 \*x \*y \*6 \*x \*y^2

**[]** y \*(9 \*x \*y)^2

-----

+++98.) |H2, K1|

Vereinfache:

a)

4 \*a \*(3 -12 \*a)

**[]**

---

b)

6 \*(7 \*s -3 \*s^2)

**[]**

---

c)

7 \*z^3 \*(3 \*z -24)

**[]**

---

d)

(23 +b) \*4 \*b^2

**[]**

---

e)

(x +4) \*(7 +2 \*x)

**[]**

---

f)

(3 \*r -6) \*(12 -2 \*r)

**[]**

---

g)

(5 \*s -2 \*t) \*(-6 \*t -8 \*s)

**[]**

---

h)

(2 \*h +k) \*(-6 \*k -3 \*h)

**[]**

-----

+++99.) |H2, K2|

Vereinfache den Term und werte ihn für a =-3 aus.

a)

T(a) =4 \*(a^2 +5 \*a) +(3 -8 \*a) \*6 a

**[]**

---

b)

T(a) =3 \*a^2 \*(2 \*a -7) +(6 \*a +a^2) \*2 \*a

**[]**

---

c)

T(a) =34 +(8 \*a +3) \*(a -1) -2 \*a^2

**[]**

---

d)

T(a) =a^2 -5 \*a +(2 \*a -1) \*(a +3)

**[]**

---

e)

T(a) =25 \*a^2 \*(5 -a) -(3 \*a +9) \*(a -2) \*4 \*a +(a +9) \*3 \*a -54 \*a

**[]**

---

f)

T(a) =4 \*a \*(a -6) \*(3 \*a +7) -(2 \*a^2 +8) \*5 -7 \*a \*(1 -a) +3 a^2

**[]**

-----

+++100.) |H2, K1|

Schreibe als Produkt, indem du einen möglichst großen Faktor heraushebst.

a)

6 \*x -12 \*x^2

**[]**

---

b)

36 \*f^3 +8 \*f

**[]**

---

c)

30 \*p^2 -45 \*p

**[]**

---

d)

24 \*a \*d^5 +16 \*a^3 \*d^2

**[]**

---

e)

9 \*f^4 \*z^3 -21 \*f^2 \*z^2

**[]**

---

f)

15 \*g^2 \*h^4 -5 \*g^4 \*h

**[]**

---

g)

12 \*c^2 \*r -15 \*c \*r +3 \*c \*r^3

**[]**

---

h)

42 \*b^2 \*t -6 \*b^3 t\*4 +6 \*b^2 \*t^3

**[]**

---

i)

14 \*c^2 \*z^1 3 -8 \*c \*z^3 +8 \*c \*z^5

**[]**

-----

+++101.) |H2, K1|

Hebe den angegebenen Faktor heraus!

a)

(2 \*x^2)/3 +7 \*x +x/3 **=[[x/3 \*]][]**

---

b)

4 \*m^4 +(3 \*m^2)/4 -m/2 **=[[m/4 \*]][]**

---

c)

(25 \* p^6)/6 +5 \*p^2 +(5 \*p^4)/2 = **[[p^2/6 \*]][]**

---

d)

-(k/4) +(12 \*k^2)/5 -k/12 **=[[k/60 \*]][]**

-----

+++102.) |H2, K1|

{{Grafik: Karikatur: 2 Enten: Was hast du da? Du darfst raten... ...hm ... einen Wurzelzieher? Genau! ... zum Wurzelziehen im Kopf!??}}

Vereinfache durch partielles Wurzelziehen!

a)

'w(16 \*n^2)

**[]**

---

b)

'w(81 \*b^6 \*c^4)

**[]**

---

c)

'w(49 \*g^3 \*h^6)

**[]**

---

d)

'w(64 \*u^4 \*v^2)

**[]**

---

e)

'w(8 \*x^2 \*y)

**[]**

---

f)

'w(49 \*g^3 \*h^6)

**[]**

---

g)

'w(20 \*r^3 \*c^5)

**[]**

---

h)

'w(48 \*u^2 \*b^6)

**[]**

---

i)

'w(18 \*a^2 \*b^3 \*(a^2 +b)^4)

**[]**

---

j)

'w(27 \*m^5 \*n^2 \*(2 \*m -n)^5)

**[]**

---

k)

'w(24 \*(x +3)^2 \*(2 \*x +6))

**[]**

---

l)

'w(36 \*m^3 \*(m +1)^5)

**[]**

---

m)

'w((25 \*x^2)/(400 \*y^4))

**[]**

---

n)

'w((49 \*k^4 \*n^5)/(81 \* m^8))

**[]**

---

o)

'w((16 \*u)/(50 \*v^2))

**[]**

-----

Weitere Aufgaben findest du in Thema Mathematik 4. Übungen auf Seite 17-18.

j-30 - 2. Terme und Gleichungen

##### Binomische Formeln

||{{Ziel:}} Binomische Formeln anwenden und begründen\||

---

###### ||Binomische Formeln

(a +b)^2 =a^2 +2 \*a \*b +b^2

(a -b)^2 =a^2 -2 \*a \*b +b^2

(a +b) \*(a -b) =a^2 -b^2\||

---

+++103.) {{Musterbeispiel}} |H2, K1|

Vereinfache den Term (3 \*k -2 \*s)^2. Löse die Aufgabe

(1) ohne Formel, (2) mit binomischer Formel.

---

Ausführung:

(1) ohne binomische Formel:

(3 \*k -2 \*s)^2 =

Quadrat als Produkt schreiben

(3 \*k -2 \*s) \*(3 \*k -2 \*s) =

Klammern ausmultiplizieren und zusammenfassen

9 \*k^2 -6 \*k \*s -6 \*k \*s +4 \*s^2 =9 \*k^2 -12 \*k \*s +4 \*s^2

(2) mit binomischer Formel:

(3 \*k -2 \*s)^2 =

Formel:(a -b)^2 =a^2 -2 \*a \*b +b^2

(3 \*k)^2 -2 \*3 \*k \*2 \*s +(2 \*s)^2 =9 \*k^2 -12 \*k \*s +4 \*s^2

-----

Hinweis: Beispiel 103 zeigt dir: Du kannst das Quadrat eines Binoms ohne Formel berechnen, der Lösungsweg ist jedoch etwas länger. Für die Umkehrung (Beispiel 104) benötigst du aber die Formeln.

||Ein vollständiges Quadrat ist ein Term, den du als Quadrat eines Binoms schreiben kannst.\||

---

+++104.) {{Musterbeispiel}} |H2, K2|

Überprüfe, ob der Term ein vollständiges Quadrat ist:

a)

k^2 +6 \*e \*k +9 \*e^2

---

b)

16 \*c^2 -20 \*c \*d +25 \*d^2

**[]**

---

---

Ausführung:

Versuche, den Term als Quadrat eines Binoms anzuschreiben.

Verwende dazu die binomischen Formeln (a +b)^2 =a^2 +2 \*a \*b +b^2 oder (a -b)^2 =a^2 -2 \*a \*b +b^2.

a) 1. Schritt: ermittle a und b.

a^2 +2 \*a \*b +b^2

a =k; b =3 \*e

k^2 +6 \*e \*k +9 \*e^2

2. Schritt: Kontrolliere mit dem ermittelten a und b den mittleren Term!

2 \*a \*b: 2 \*k \*3 \*e =6 \*e \*k

--> Der Term ist ein vollständiges Quadrat, es gilt:

k^2 +6 \*e \*k +9 \*e^2 =(k +3 \*e)^2

---

b)

1. Schritt: Ermittle a und b.

a^2 -2 \*a \*b +b^2

a =4 \*c; b = 5 \*d

16 \*c^2 -20 \*c \*d +25 \*d^2

2. Schritt:

Kontrolliere mit dem ermittelten a und b den mittleren Term!

2 \*a \*b: 2 \*4 \*c \*5 \*d =40 \*c \*d ?\=20 \*c \*d

--> Der Term ist kein vollständiges Quadrat.

-----

Für höhere Potenzen gibt es weitere binomische Formeln, z. B.:

(a +b)^3 =a^3 +3 \*a^2 \*b +3 \*a \*b^2 +b^3

(a -b)^3 =a^3 -3 \*a^2 \*b +3 \*a \*b^2 -b^3

a^3 -b^3 =(a -b) \*(a^2 +a \*b +b^2)

+++105.) {{Musterbeispiel}} |H4, K2|

Begründe durch Nachrechnen:

(a +b)^3 =a^3 +3 \*a^2 \*b +3 \*a \*b^2 +b^3

---

Ausführung:

(a +b)^3 =

Term als Produkt schreiben

(a +b) \*(a +b) ^2 =

Binomische Formel in 2. Klammer anwenden

(a +b) \*(a^2 +2 \*a \*b +b^2) =

Klammern ausmultiplizieren und zusammenfassen

a^3 +2 \*a^2 \*b +a \*b^2 +a^2 \*b +2 \*a \*b^2 +b^3 =

a^3 +3 \*a^2 \*b +3 \*a \*b^2 +b^3

-----